УДК 51-74
DOI 10.21685/2587-7704-2020-5-2-1

Open Access | RESEARCH ARTICLE

Методы цифровой обработки измерительных сигналов

А. Г. Балясников
Пензенский государственный университет, Россия, 440026 г. Пенза, ул. Красная, 40

Д. Р. Абросимов
Пензенский государственный университет, Россия, 440026 г. Пенза, ул. Красная, 40

Н. Г. Логинов
Пензенский государственный университет, Россия, 440026 г. Пенза, ул. Красная, 40

А. Ю. Тычков
Пензенский государственный университет, Россия, 440026 г. Пенза, ул. Красная, 40

Аннотация. Рассматриваются методы обработки цифровых измерительных сигналов и применение их на конкретных сигналах. Приводятся примеры некоторых преобразований сигналов. В ходе работы автор сосредоточил внимание на Wavelet-преобразовании, преобразовании Лапласа, быстром преобразовании Фурье и преобразовании Хартли.

Ключевые слова: преобразование, Хартли, Фурье, Лапласа, Вейвлет, сигнал, частотный спектр, спектральная плотность.

Methods for digital processing of measuring signals

A. G. Balyasnikov
Penza State University, 40 Krasnaya Street, 440026, Penza, Russia

D. R. Abrosimov
Penza State University, 40 Krasnaya Street, 440026, Penza, Russia

N. G. Loginov
Penza State University, 40 Krasnaya Street, 440026, Penza, Russia

A. Yu. Tychkov
Penza State University, 40 Krasnaya Street, 440026, Penza, Russia

Abstract. The article is devoted to methods for processing digital measuring signals. The article provides examples of some signal transformations. The authors focused on the Wavelet transform, the Laplace transform, the fast Fourier transform, and the Hartley transform.

Keywords: transform, Hartley, Fourier, Laplace, Wavelet, signal, frequency spectrum, spectral density.

Введение

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) – очень быстро развивающая область вычислительной техники, которая включает в себя не только программные, но технические средства. Под словом «сигнал» теоретически подразумевается носитель данных, в ЦОС за сигнал мы принимаем его математическое описание.

Цель ЦОС заключается в установлении характерных параметров сигнала или его преобразовании в ту или иную форму для большего удобства. ЦОС применяется в различных областях начиная от биомедицины и заканчивая системами передачи данных.

Очень часто возникает необходимость отделить помехи от полезного сигнала или минимизировать сам шум, и нам помогают ЦОС и ее методы.

Wavelet-преобразование

Вейвлет-преобразование (ВП) представляет обобщенный вариант спектрального анализа. Вейвлетами называются математические функции, имеющие определенную форму, вейвлеты получаются из одной базисной функции различными сдвигами, растяжениями и смещениями по временной области. В случае комплексных вейвлетов есть базисные вейвлет-функции (ВФ): действительная, получившая название «отцовская ВФ», и мнимая ФВ, именуемая «материнская ВФ» [1].

К ВФ относятся функции, удовлетворяющие нескольким требованиям: функция должна быть локализована, образ ПФ ВФ локализован по частоте, среднее значение ВФ равно нулю [2]. Особенно актуальна возможность ВП анализировать нестационарные сигналы.

Использование различных семейств функций с различными вариантами неопределенности дает ВП наибольшую эффективность в решении поставленных задач. Лучше всего использовать финитные функции, принадлежащие к тому же пространству, чем быстрее эти функции стремятся к нулю, тем правильнее использовать их как базисные при изучении сигналов [3].

Вейвлет-спектрограммы намного информативнее, чем обычная Фурье-спектрограмма, они позволяют анализировать локализованные особенности сигналов [4].

Прямое ВП определяется формулой [5]

$$W_s(a,b) = \left(S(t), \psi_{a,b}(t)\right) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\,\psi\left(\frac{t-a}{b}\right) dp\,. \quad (1)$$

Обратное ВП определяется формулой

$$S(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W_s(a,b)\,\psi_{a,b}(t)\,\frac{da db}{a^2}\,, \quad (2)$$

где C_ψ – нормирующий коэффициент,

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1}\, d\omega\,. \quad (3)$$

Пример ВП представлен на рис. 1.

Преобразование Лапласа

Преобразование Лапласа (ПЛ) заключается в том, чтобы сделать решение уравнений проще. Применив ПЛ к дифференциальным и интегральным уравнениям, мы превращаем их в простые алгебраические уравнения, которые решаются методами обычной алгебры, а потом обратным преобразованием превращаем их в решение заданного уравнения [6].

ПЛ на практике – это обобщение ПФ на случай мнимых частот, позволяющее упростить вычисления [7]. Различают прямое, получающееся по формуле (4), и обратное ПЛ, получающееся по формуле (5). Для вычисления обратного ПЛ часто используют метод контурного интегрирования. ПЛ линейное, и для него справедливы свойства ПФ, за исключением дифференцирования и интегрирования [8]. ПЛ по сравнению с ПФ сложнее. Однако они имеют несколько преимуществ: позволяют анализировать функции, существующие на ограниченном интервале времени, импульсная характеристика линейной системы – это ПЛ от ее передаточной функции [9].

Прямое ПЛ

$$F(p) = \int_{0}^{\infty} f(t)\,e^{-pt}\,dt\,. \quad (4)$$

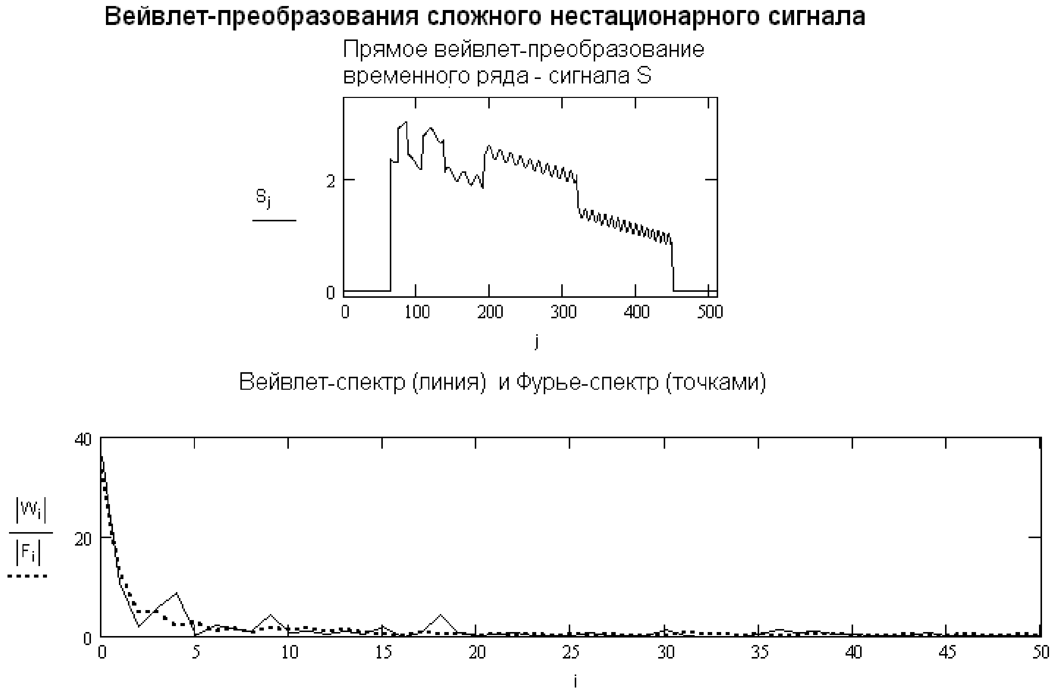

Рис. 1. Пример ВП

Обратное ПЛ

$$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}F(p)e^{pt}dp. \tag{5}$$

ПЛ также широко применяется в анализе электрических цепей. Записав систему дифференциальных уравнений, затем перейдя к изображению, получив их алгебраические уравнения и решив эти уравнения, мы получим изображение того, как реагирует цепь [10].

Сопоставление ПФ и ПЛ показано на рис. 2.

Быстрое преобразование Фурье

Основное применение быстрого преобразования Фурье (БПФ) – спектральный анализ колебаний. С помощью БПФ можно разложить сигнал на гармоники. В основном рассматриваются только амплитуды гармоник, в меньшей степени фазы; спектр отображается в виде графика амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ) [11].

Любой периодический сигнал или непериодический сигнал, определенный на интервале времени, с добавленным периодическим продолжением, имеющий конечное число максимумов, при условии абсолютной интегрируемости можно представить в виде интеграла Фурье (6), на практике интегрирование ведется только в ограниченной области от t_0 до t_0+T_0 [12]:

$$F[s(t)]=s(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}s(t)e^{-j\omega t}dt. \tag{6}$$

Обратное ПФ (7) устанавливает связь между Фурье-образом и оригинальной функцией. Следует отметить, что прямое ПФ отличает от обратного ПФ только знак под экспонентой, выбор знака – это предмет договоренности [13].

$$s(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega. \tag{7}$$

Благодаря ПФ можно переходить от временного представления сигнала к частотному представлению. Следует отметить, что ПФ периодического сигнала имеет дискретный спектр, а ПФ от непериодического сигнала, в свою очередь, имеет непрерывный спектр [14].

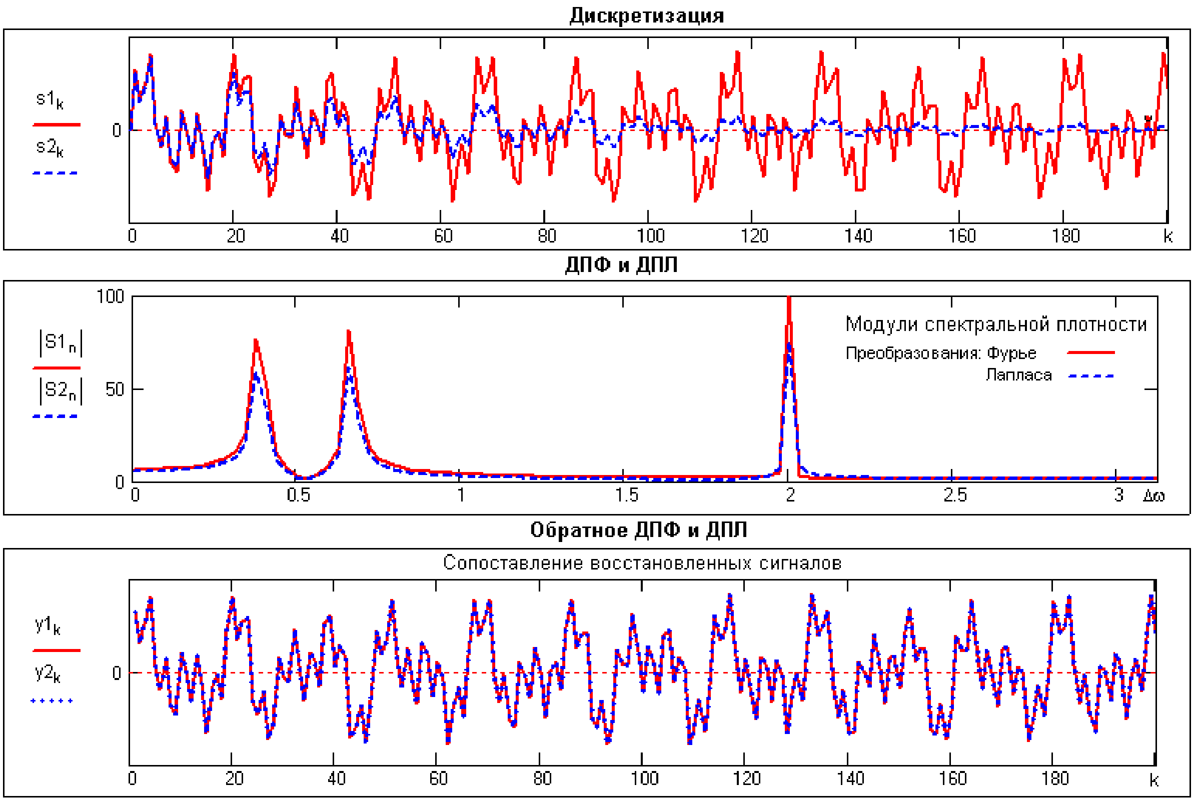

Рис. 2. Сопоставление ПФ и ПЛ

Реализация БПФ требует в N^2 меньше операций умножения комплексных чисел. Это одно из главных преимуществ БПФ, именно поэтому вычислительная эффективность БПФ в несколько раз выше ДПФ, особенно это заметно, когда количество точек увеличивается до нескольких тысяч [15].

БПФ имеет один недостаток, а именно в частотной области особенности сигналов, такие как разрывы, ступеньки пики и т.д., «размазываются», что приводит к меньшей информативности изучения нестационарных сигналов [16].

Пример БПФ показан на рис. 3.

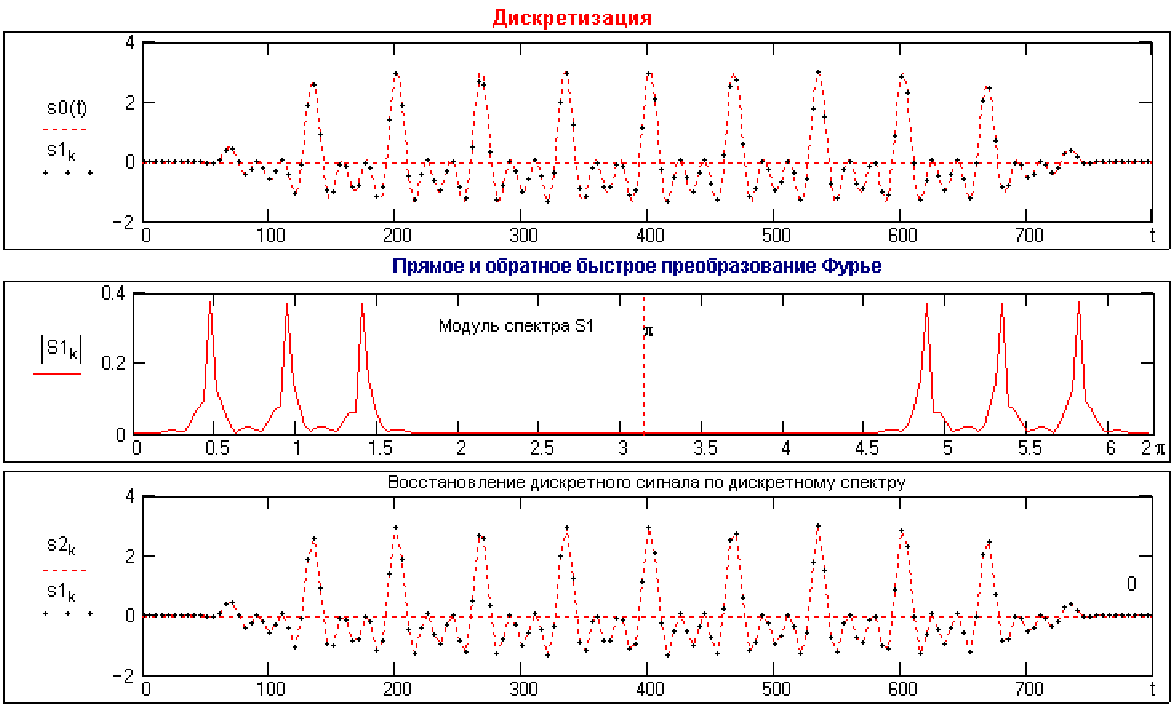

Рис. 3. Пример БПФ

Преобразование Хартли

Преобразование Хартли (ПХ) – одна из альтернатив ПФ, применяющаяся в задачах спектрального анализа и фильтрации [17]. Различают как прямое, так и обратное ПХ. Обратное ПХ требует точно такой же процедуры вычисления, что и прямое преобразование. Это является его существенным отличием от ПФ [18]. К числу отличий относится и то, что ПХ использует только действительные числа [18]. ПХ использует вычисления в два раза меньше по сложности, в отличие от ПФ, и именно поэтому на практике оно используется вместо ПФ [19].

ПХ получило широкое распространение в обработке изображений, оно позволяет получить большой коэффициент сжатия при обработке насыщенных изображений с минимальными временными затратами [20].

ПХ определяется формулой

$$\left[s(\omega)\right]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}s(t)cas(\omega t)\,dt, \tag{8}$$

где $cas(\omega t)=\sin(\omega t)+\cos(\omega t)$ – функция Хартли.

ПХ и ПФ связанны функцией

$$F\left[s(t)\right]=\frac{H\left[s(\omega)\right]+H\left[s(-\omega)\right]}{2}-j\frac{H\left[s(\omega)\right]-H\left[s(-\omega)\right]}{2}. \tag{9}$$

Пример ПХ представлен на рис. 4.

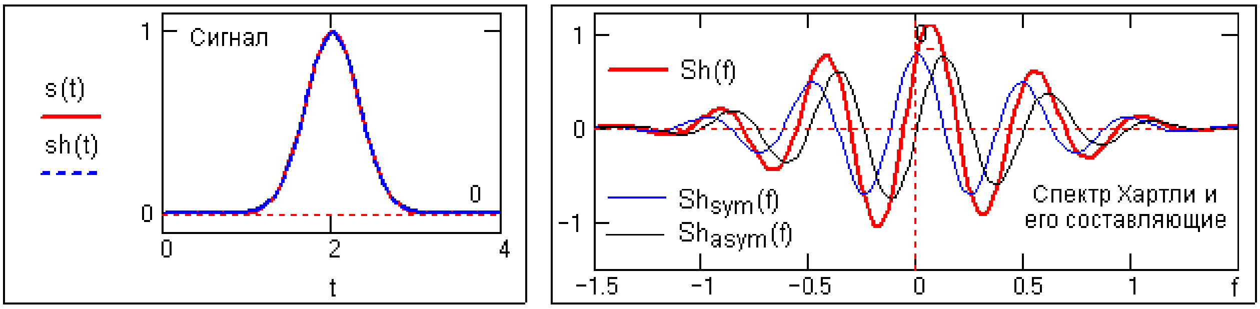

Рис. 4. Пример ПХ

Выводы

ПХ из-за своей простоты предпочтительнее ПФ, обобщенные преобразования Хартли (ОПХ) и ППХ базируются на одинаковых вычислениях, ПЛ сложнее ПФ, но имеет два неоспоримых преимущества, БПФ требует вычислений в два раза меньше по сравнению с обычным ПФ. ВС намного точнее, чем ФС.

Библиографический список

1. Воскобойников, Ю. Е. Вейвлет-фильтрации сигналов и изображений (с примерами в пакете MathCAD) / Ю. Е. Воскобойников ; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. – 188 с.
2. Гришенцев, А. Ю. Цифровые системы широкополосной связи. Часть 2. Оконные и вейвлет-функции и преобразования / А. Ю. Гришенцев, А. Г. Коробейников, С. А. Арустамов. – Санкт-Петербург : Университет ИТМО, 2019. – 42 с.
3. Вейвлетное преобразование сигналов. – URL: https://olegkop.ucoz.com/InfIzmYstr/lekcija_16.pdf
4. Методика идентификации дикторов по голосу и речи на основе комплексного анализа фонограмм / С. Л. Коваль [и др.]. – Санкт-Петербург : Центр Речевых Технологий, 2006. – 18 с.
5. Яковлев, А. Н. Введение в вейвлет-преобразования : учеб. пособие / А. Н. Яковлев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.
6. Будин, В. И. Математические основы автоматики и управления : учеб. пособие / В. И. Будин. – Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 119 с.
7. Павлейно, М. А. Спектральные преобразования в MATLAB : учеб.-метод. пособие / М. А. Павлейно, В. М. Ромаданов. – Санкт-Петербург, 2007.

8. Жунусов, К. Х. Основы цифровой обработки сигналов в телекоммуникационных системах : учеб. пособие / К. Х. Жунусов, Л. И. Сарженко. – Алматы : АУЭС, 2013 – 91 с.
9. Акчурин, Э. А. Программирование в системе MATLAB. Разработка программ для ЦОС : конспект лекций / Э. А. Акчурин. – Самара, 2012.
10. Основы теории дискретных сигналов и цифровых фильтров : учеб. пособие для вузов. – Москва : Высш. школа, 1982. – 109 с.
11. Дискретное преобразование Фурье. – URL http://forstudents.ucoz.ru/IVTDiskIntegr/2.pdf
12. Вишератин, К. Н. Практические методы оценивания спектральных параметров : учеб. пособие по курсу «Вычислительные методы в инженерных расчетах» / К. Н. Вишератин, Ф. И. Карманов. – Обнинск : ИАТЭ, 2008. – 60 с.
13. Павлов, А. В. Обработка информации оптическими методами : учеб. пособие / А. В. Павлов. – 2-е изд., доп. – Санкт-Петербург : СПбГУ ИТМО, 2010. – 65 с.
14. Павлейно, М. А. Спектральные преобразования в matlab / М. А. Павлейно, В. М. Ромаданов. – Санкт-Петербург, 2007.
15. Спектр сигнала. Дискретное преобразование Фурье. – URL: https://www.bsuir.by/m/12_113415_1_116065.pdf
16. Частотно-временные преобразования, используемые в цифровой обработке сигналов. – URL: http://gns.mephi.ru/sites/default/files/journal/file/en.2015.3-4.pdf
17. Глоссарий по цифровой обработке сигналов. – URL: http://inis.jinr.ru/sl/vol2/archive/signal_glossary.pdf
18. Быстрое двумерное преобразование Хартли / Р. Н. Брейсуэлл, О. Бьюнеман и др. // Труды Института инженеров по электронике и радиоэлектронике. – 1986. – Т. 74, № 9. – С. 128–129.
19. Тропченко, А. Ю. Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки : учеб. пособие по дисциплине «Теоретическая информатика» / А. Ю. Тропченко, А. А. Тропченко. – Санкт-Петербург : СПбГУ ИТМО, 2009. – 100 с.
20. Королев, А. В. Метод сжатия видеоданных посредством преобразований / А. В. Королев, С. В. Малахов, И. В. Рубан // Электронное моделирование. – 1999. – № 4. – С. 47 –55.

Образец цитирования:
Балясников, А. Г. Методы цифровой обработки измерительных сигналов / А. Г. Балясников, Д. Р. Абросимов, Н. Г. Логинов, А. Ю. Тычков // Инжиниринг и технологии. – 2020. – Vol. 5(2). – С. 1–6. – DOI 10.21685/2587-7704-2020-5-2-1.